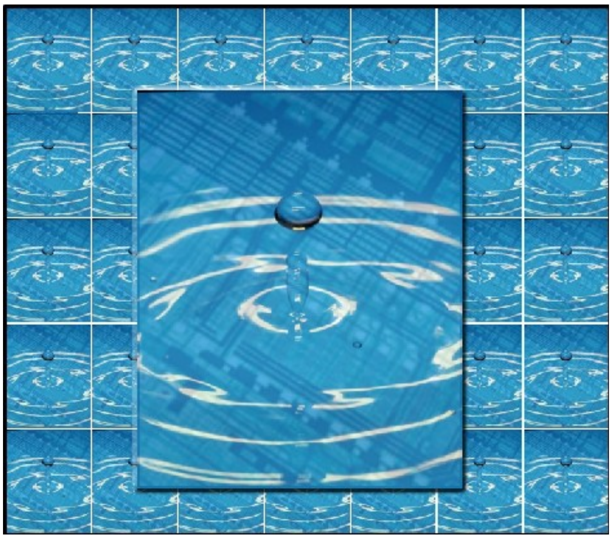
Hidrología Computacional y Modelos Digitales del Terreno

—Teoría, práctica y filosofía de una nueva forma de análisis hidrológico.—



Víctor Olaya Ferrero

las metodolog´ıas b´asicas para la interpolaci´on de mallas de datos, ya sean de elevaciones o de cualquier otro par´ametro, son las presentadas en los apartados anteriores, existen algunas otras metodolog´ıas que resulta de inter´es incluir tambi´en brevemente aqu´ı. Por otra parte, para el caso particular del MDT, la abundancia y buena disponibilidad de informaci´on altitudinal recogida como curvas nivel hace que dicha forma de representaci´on topogr´afica sea con frecuencia el punto de partida para la elaboraci´on del MDT. Pese a que puede darse una *rasterizaci´on* de las curvas de nivel y tratar ´estas como puntos, la consideraci´on en cierta medida de ´estas como l´ıneas puede aprovecharse a la hora de plantear algoritmos de interpolaci´on, como seguidamente veremos.

As´ı, una soluci´on sencilla y que aporta buenos resultados (Gousie, 1998) es la interpolaci´on de curvas de nivel entre dos dadas, previa a la utilizaci´on de las mismas en el proceso de interpolaci´on del MDT propiamente dicho. Para ello, y siendo a y b los valores de elevaci´on de dichas curvas de nivel conocidas, simplemente se toma un punto A sobre una de ellas y se une con el punto B m´as cercano en la otra curva. La recta que pasa por dichos puntos representan la recta de m´axima pendiente, y al punto medio del segmento **AB** puede asign´arsele una cota $\frac{a+b}{2}$. La estimaci´on de un nu´mero suficiente de puntos da lugar a una nueva curva de nivel por uni´on de los mismos.

Este recurso tan simple, aunque obviamente no enriquece la informaci´on de partida y no pasa de ser un u´til *((*truco*))* ciertamente propenso a la introducci´on de imprecisiones, puede tener consecuencias interesantes sobre la malla posteriormente interpolada mediante uno de los algoritmos ya presentados, al disminuir el efecto de aterrazamiento que en algunos de ellos aparece. T´engase en cuenta, no obstante, que esta consideraci´on se hace desde el punto de vista de la mayor coherencia en su aspecto general entre la superficie interpolada y la real, aunque desde la perspectiva del posterior uso en el an ´alisis hidrol´ogico tambi´en existen ventajas notables.

Por norma general, como quiz´as ya haya comprobado el lector, doy prioridad a la configuraci´on cualitativa de la fisiograf´ıa del terreno y su correcci´on de cara a la modelizaci´on de los procesos hidrol´ogicos, frente a la precisi´on num´erica e incluso conceptual desde el punto de vista cartogr´afico. Si se tienen en cuenta los resultados hidrol´ogicos que constituyen nuestro objetivo final, esta aparente perdida de rigor queda plenamente justificada en base a ofrecer unas garant´ıas adecuadas en los procesos que, sobre el MDT, van a tener lugar para permitir el alcance de dichos resultados.

Por u´ltimo, para concluir este apartado, un enfoque matem´atico distinto para la creaci´on de una malla de datos a partir de valores puntuales es el basado en un tratamiento matricial del problema, llevando este a cabo mediante la resoluci´on de sistemas de ecuaciones asociados a los valores de elevaci´on de cada celda. Fijada una restricci´on para la superficie generada mediante la interpolaci´on, ´esta puede expresarse mediante una relaci´on entre el valor de elevaci´on de una celda dad celda — sea $x_{i,j}$ — y el de las de su entorno — de la forma $x_{i+m,j+n}$, teni´endose as´ıuna ecuaci´on en $x_{i,j}$. Planteando una ecuaci´on como la anterior para cada una de las celdas de la malla, se tiene el sistema anteriormente mencionado, cuya resoluci´on lleva a la obtenci´on de todos los valores $x_{i,j}$ de dicha malla, algunos de los cuales ya eran conocidos — los datos de partida — y otros no.

En particular, se puede obtener una ecuaci´on tal si para cada celda suponemos que su valor de elevaci´on es la media de las elevaci´ones de las celdas situadas al Norte, Sur, Este y Oeste de la misma (Randolph, 2000), es decir

$$Z_{i,j} = \frac{1}{4}(Z_{i,j-1} + Z_{i,j+1} + Z_{i-1,j} + Z_{i+1,j}) \qquad (2.6)$$

Se introduce aqu´ıuna notaci´on que nos acompan˜ar´a en gran parte del texto para los valores de las distintas celdas de la malla, de tal modo que dichos valores, en este caso alturas, se denotan de la forma $z_{i,j}$, siendo *i* la fila y *j* la columna en que se encuentra dicha celda dentro de la malla en cuesti´on. Esta notaci´on de car´acter gen´erico se complementar´a con otras m´as particulares cuando el an´alisis se restrinja a zonas determinadas dentro del conjunto de celdas.

La anterior expresi´on es equivalente a decir que la superficie cumple una ecuaci´on de Lagrange de la forma [1]

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0 \qquad (2.7)$$

1 El planteamiento de un esquema en diferencias finitas para esta ecuaci´on lleva a un resultado id´entico al expresado en (2.6)

Pese a su buen car´acter did´actico y el inter´es conceptual que este enfoque puede tener, desde el punto de vista computacional su eficacia se encuentra a primera vista en clara desventaja con respecto a otros planteamientos . N´otese que el nu´mero de ecuaciones del sistema resultante es $N = n_{\text{filas}} \cdot n_{\text{filas}}$ con lo que para un caso t´ıpico de una malla 500×500 el sistema resultante presenta nada menos que 250000 ecuaciones. No obstante, la propia forma de estas ecuaciones hace que la matriz A del sistema resultante sea muy rala, con lo que para el trabajo con la misma pueden emplearse m´etodos num ´ericos particulares para este tipo de casos.

Como mejora de este m´etodo en t´erminos de la buena conformaci´on de las superficies resultante, y para evitar algunos resultados no deseados tales como formas bruscas en las cercan´ıas de las curvas de nivel o puntos aislados utilizados como datos de partida, el sistema original

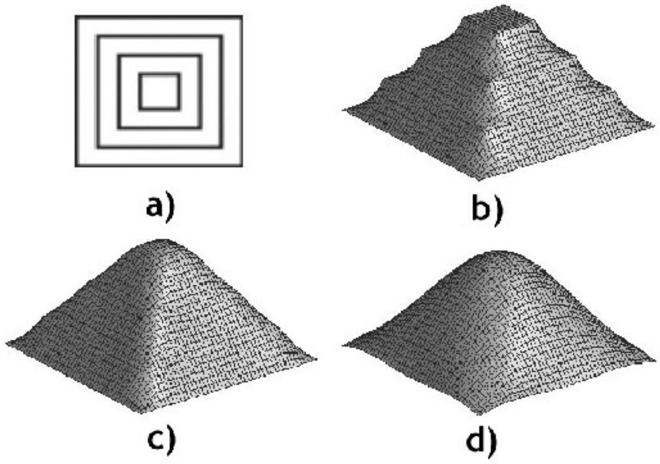


Figura 2.7: Curvas de nivel originales(a), interpolaci´on con sistema no indeterminado(b) y con sistema indeterminado empleando coeficiente $c = 1$ (c) y $c = 10$ (d) (tomado de Randolph, 2000)

puede ser ampliado an˜adiendole ecuaciones correspondientes a dichos puntos conocidos, de la forma

$$c \cdot z_{i,j} = c \cdot a \quad (2.8)$$

donde a es el valor conocido para el punto (i,j) y c es un coeficiente cuya utilidad en breve se ver´a.

El sistema anterior es un sistema indeterminado con una expresi´on matricial de la forma

$$AZ = B \qquad (2.9)$$

pese a lo cual es posible hallar una soluci´on ´optima disminuyendo el error cuadr´atico medio, esto es, disminuyendo el valor de la expresi´on $(AZ - b)^t(AZ - B)$. En dicha soluci ´on, puede controlarse el peso que se asigna a los valores conocidos — es decir, la fidelidad de la superficie interpolada para con los valores que se conocen de dichos puntos —, variando el par´ametro c. Como se refleja en la figura (2.7), el au´mento del valor de c hace aumentar la suavidad de las formas, de modo que ´estas se ajustan con menor precisi ´on a las curvas de nivel empleadas como informaci´on de origen.